Metodología de Determinación del Valor Justo del Activo Intangible "Cartera de Clientes"

Resumen: En este documento proponemos una nueva metodología que, en base a técnicas estadísticas, estima el volumen de la cartera de clientes fieles de una empresa. Se presentan los fundamentos conceptuales de esta metodología, los cuales se basan en las propiedades del modelo de regresión lineal estándar y en la interpretación de sus parámetros. Se revisan ejemplos tanto teóricos como prácticos para mostrar la razonabilidad de los resultados obtenidos. Finalmente, se presentan limitaciones de esta metodología, las cuales se relacionan principalmente con el tipo de industria y con las características y calidad de los datos disponibles.

Abstract: In this document we propose a new methodology that, based on statistical techniques, estimates the volume of a company's loyal customer base. We present the methodology's theoretical foundations which are based on the properties of the standard linear regression model and on the interpretation of its parameters. We review some theoretical and practical examples in order to show the reasonableness of the results we obtain. Finally, we discuss possible limitations to this approach which are mostly related to the type of industry and of the quality and features of the available data.

1. Introducción

A medida que las normas IFRS extienden su alcance tanto a grandes como pequeñas y medianas empresas, es cada vez más común que estas comiencen a comprender el valor que reside en los activos intangibles que estas poseen. En concordancia, la correcta y precisa determinación del valor justo de estos activos se ha vuelto un tema de principal importancia para la correcta estimación del valor de una empresa.

Específicamente, en el contexto de combinaciones de negocios y procesos de Purchase Price Allocation (PPA), es común que uno de los principales intangibles presentes corresponda a la Cartera de Clientes de la empresa adquirida. En ese sentido, la cartera de clientes surge como un candidato típico y relevante de activo intangible identificable en procesos de asignación del precio de adquisición. Existe extensa bibliografía con respecto a métodos de valuación y estimación del valor de carteras de clientes. En efecto, modelos que consideran tasas de retención, márgenes de contribución y costos de retención, son los más comunes dentro de esta literatura. Sin embrago, este tipo métodos, por una parte, requieren de una gran cantidad de información y en gran detalle (tasas de retención mensuales, márgenes de contribución por cliente mensuales, costos de marketing asignables a la retención de los clientes actuales y más) y, por otra, se basan en supuestos de estabilidad temporal de estas mismas variables que han sido ampliamente cuestionados. Es también común que, al momento de la compra no existan estudios de mercado acabados referidos a la industria, al mercado objetivo ni al número de clientes efectivos o estables que pueda poseer la compañía objetivo.

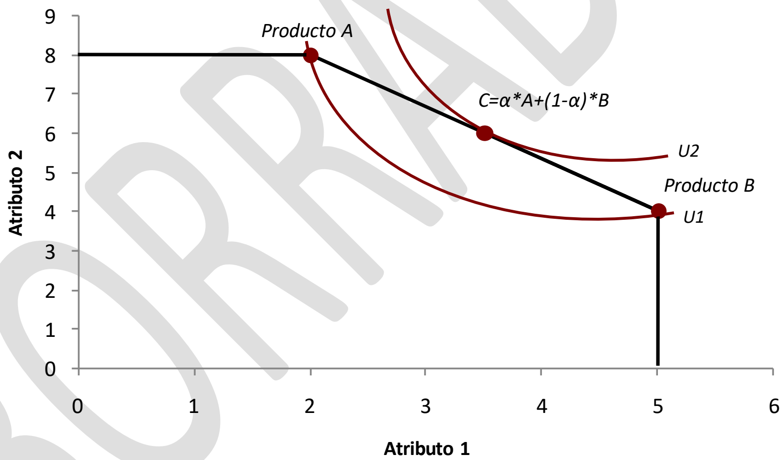
Así, la estimación del valor justo de la Cartera de Clientes se vuelve aún más difícil debido a la falta de información disponible. Dadas todas las limitaciones mencionadas, tener una idea precisa del número de clientes que compone la cartera de clientes fieles – y por ende de su valor justo – de una empresa es una tarea difícil.

Este trabajo metodológico intentará dar luces sobre cómo estimar un volumen de Cartera de Clientes a partir de bases de datos básicos – que probablemente existirán en la mayoría de las empresas–, proponemos una nueva metodología para obtener el volumen de clientes estables que posee una empresa. El documento se organiza de la siguiente manera: la sección 2 establece bases metodológicas y teóricas de la metodología describiendo tanto la intuición como la teoría detrás de ella. La sección 3 presenta aplicaciones prácticas usando bases de datos simuladas y reales. La sección 4 discutirá algunas limitaciones de la metodología a tener en cuenta cuando se use en la práctica. Finalmente, la sección 5 concluye.

2. Descripción Teórica de la Metodología

i. Fundamentos Microeconómicos y Teoría de Lealtad de Marca

El primer elemento que es necesario tener en cuenta, es qué definimos por cliente, y cuáles son los elementos o variables lo definen como un cliente estable de la compañía. Según lo reseñado por Rosen & Lancaster, los clientes demandan atributos de los productos y servicios que consumen, antes que productos y servicios en sí mismos. Así, una serie de factores (atributos) definen la curva de demanda, y dicha demanda se expresa en términos de atributos por peso (atributos/$). De esta manera, las necesidades de los consumidores, en cuanto a atributos demandados, pueden ser cubiertas por un bien o servicio que posea una determinada cantidad de atributos o por la combinación lineal de otros bienes o servicios que resulte en la misma cantidad de el/los atributo/s deseado/s. En efecto, la teoría desarrollada por estor autores propone que los consumidores basan sus decisiones de consumo en base los *atributos* obtenidos. Este concepto se ilustra en el gráfico siguiente donde se dibuja la frontera de posibilidades del consumidor en función de dos atributos. En este ejemplo, ninguno de los productos A o B satisface individualmente la necesidad por atributos 1 y 2 del consumidor representado, ya que, en ninguno de los dos casos el consumidor se sitúa en el punto de tangencia con la mayor curva de indiferencia alcanzable (donde el consumidor maximiza su utilidad, sujeto a su frontera de posibilidades). Sí lo hace el producto C, ya que es claro que este se sitúa en la "mayor" curva de indiferencia alcanzable por el consumidor quien obtiene una utilidad igual a U2. Lo importante es notar que la necesidad de *atributos* del consumidor puede ser satisfecha de dos maneras: a través del producto C o a través de una combinación lineal de α unidades de A y $(1-\alpha)$ unidades de B.



Este planteamiento, permite explicar el fenómeno de lealtad de marca, para el cual la microeconomía tradicional simplemente no tiene respuesta. Ya que, al asignar la utilidad del consumidor a *atributos* y no a bienes o servicios en sí mismos, podemos explicar cómo es posible que consumidores mantengan su decisión de consumo en cuanto a *productos* frente a condiciones cambiantes a través del tiempo. Así llegamos a la definición 1 donde se define el concepto de cliente estable.

Definición 1: Un cliente estable es aquel que, de no mediar cambios fundamentales de precio, costo o características fundamentales del bien o servicio, se mantiene como cliente de la compañía a través del tiempo.

Otro elemento importante a definir es la naturaleza intrínsecamente temporal de la cartera de clientes. En efecto, el proceso de crear cartera de clientes se define por la fidelidad *temporal* de los clientes y, por lo tanto, toma tiempo. Este concepto se recoge en la típica frase "crear un cliente toma mucho tiempo, y perderlo un segundo", así, llegamos a la definición 2 donde se establece la cartera de clientes como un concepto temporal.

Definición 2: La cartera es temporal, no nace en un período, sino que es un proceso acumulativo.

La importancia de la definición anterior se basa en que al no haber disponibilidad de estudios de mercado y/o estudios de demanda (modelos causales de demanda), la cuantía de clientes temporal que ha mostrado de la compañía *en el pasado* es el mejor estimador disponible para la base de clientes hacia el futuro.

ii. Descripción Teórica del Modelo

Al establecer la noción temporal de la cartera de clientes y la importancia de la información histórica para la estimación de la base de clientes, podemos expresar estos conceptos en términos matemáticos. Así llegamos a la definición 3 que expresa la relación de la base de clientes con la información histórica de clientes.

Definición 3. Si se posee información sobre el número de clientes en forma de una serie de tiempo, se puede expresar la cantidad de clientes actuales C_t como una función de la cantidad de clientes en los "K" periodos anteriores. Es decir,

$$C_t = f(C_{t-1}, C_{t-2}, \dots, C_{t-K}) \tag{1}$$

Es decir, f es la función que formula la evolución temporal del número de clientes de la empresa, la cual puede ser de cualquier tipo. Dadas las dificultades computacionales y analíticas de trabajar con funciones no-lineales, usaremos una aproximación lineal de f basada en su expansión de Taylor. Este es un método común en la literatura para aproximar localmente funciones no lineales alrededor de un punto determinado. Es nuestro caso nos interesamos específicamente en las dinámicas de una empresa en régimen. Definiremos C^* como el número de clientes en régimen de una empresa. Luego, tomaremos la expansión de Taylor de f usando C^* como punto de expansión. Es decir, podemos aproximar f en el vecindario de C^* como:

$$\begin{aligned} C_t = f(C_{t-1}, \dots, C_{t-n}) &\approx f(C^*) + D_1 f(C^*, \dots, C^*)(C_{t-1} - C^*) + D_2 f(C^*, \dots, C^*)(C_{t-2} - C^*) + \\ &\dots + D_K f(C^*, \dots, C^*)(C_{t-K} - C^*) \\ &= f(C^*) + \sum_{k=1}^{K} D_k(C^*, \dots, C^*)(C_{t-k} - C^*) \end{aligned}$$

Donde $D_1 f(C^*, \dots, C^*)$ representa la derivada de f con respecto al primer argumento evaluada en C^*. Dado que definimos C^* como el número de clientes en régimen sabemos de $f(C^*, \dots, C^*) = C^*$. Luego, podemos reordenar términos para expresar la aproximación como:

$$C_t \approx \sum_{k=1}^{K} D_k(C^*, \dots, C^*) C_{t-k} + C^* \left(1 - \sum_{k=1}^{K} D_k(C^*, \dots, C^*)\right)$$

Notando que el ultimo término de la derecha es constante podemos definir:

$$a = C^* \left(1 - \sum_{k=1}^{K} D_k(C^*, \dots, C^*)\right)$$

y

$$b_k = D_k(C^*, \dots, C^*)$$

Para expresar la aproximación de C_t como:

$$C_t \approx \sum_{k=1}^{K} b_k C_{t-k} + a \tag{2}$$

Este resultado demuestra que la relación entre clientes actuales y pasados (representada por la función f) puede ser aproximada localmente por un modelo lineal. Por lo tanto, en lo que sigue, nos basaremos en esta aproximación lineal para definir y estimar la cartera de clientes *permanentes* de una empresa. Es importante mencionar que si se está dispuesto a *asumir* que f es una función lineal, este resultado no es una aproximación, sino que es una igualdad (i.e. podemos remplazar $\approx$ con $=$).

Una de las ventajas de la aproximación lineal en (2) es la disponibilidad de una serie de claras y sencillas interpretaciones para los coeficientes a y b_k donde $k = 1, \ldots, n$. Cada coeficiente b_k puede ser interpretado como la proporción de los clientes que poseía la empresa en $t - k$ que retornan en t. Es decir, la tasa de retención entre $t - k$ y t. Por otra parte, el coeficiente a puede interpretarse como el número promedio del flujo de clientes que no guarda relación con el número de clientes en periodos anteriores.

Podemos evaluar (2) en régimen donde $C_t = C_{t-k} = C^*$ para obtener:

$$C^* = \frac{a}{1 - \sum_{k=1}^{K} b_k} = \frac{a}{1 - B} \tag{3}$$

Donde definimos $B = \sum_{k=1}^{K} b_k$. Dada la interpretación de los coeficientes b_k, se sigue que B sea interpretado como una *tasa de retención de largo plazo*.

De forma separada, considere la siguiente descomposición del volumen de clientes en régimen:

$$C^* = P^* + V^* \tag{4}$$

Donde C^* es el número *total* de clientes, P^* es el número de clientes *permanentes* y V^* es el número de clientes *variables o transitorios*, todos en régimen. La utilidad de esta representación alternativa es permitirnos relacionar la aproximación lineal de (2) con nuestro objecto de interés P^*. Juntando las ecuaciones (3) y en (4), obtenemos:

$$P^* = \frac{a}{1 - B} - V^*$$

Ahora, solo necesitamos obtener una expresión para V^* y podremos definir la cartera de clientes permanentes en forma explícita. Note, sin embargo, que V^* no es más que el número de clientes variables (i.e. no relacionados con valores anteriores de C_t) en régimen. En otras palabras, V^* es equivalente al coeficiente a definido en la formulación original del problema. Consecuentemente, podemos expresar la cartera de clientes permanentes como:

$$P^* = \frac{a \cdot B}{1 - B} \tag{5}$$

Para dar una interpretación más clara de lo que representa (5) recordemos que:

$$C^* = \frac{a}{1 - B}$$

Por lo tanto, podemos escribir:

$$P^* = C^* \cdot B$$

Así, llegamos a la definición 4 que define la cartera de clientes permanentes como el número total de clientes en régimen, C^*, multiplicado por la tasa de retención de largo plazo, B.

Definición 4: El número de clientes que componen la cartera de clientes fieles P será igual al número de clientes totales de la empresa en régimen C^* multiplicado por la proporción de clientes permanentes de largo plazo $B = \sum_{k=1}^{K} b_k$. Es decir,

$$P = C^* \cdot B = \frac{a \cdot B}{1 - B} \tag{6}$$

Es importante mencionar que nos concentramos en el vecindario alrededor de C^* ya que, para estimar una cartera de clientes *permanentes*, es necesario utilizar variables en su estado estacionario (en régimen). Esto nos permite obtener relaciones de largo plazo en vez de a relaciones de corto plazo que tienden a ser volátiles y, por ende, son estimadores poco confiables de nuestro objeto de interés i.e. la cartera de clientes permanentes.

3. Aplicaciones Empíricas

i. Modelo Econométrico Base

Hasta ahora hemos discutido aspectos teóricos de la metodología, sin consideraciones practicas y/o empíricas sobre cómo obtener un estimador del volumen de clientes permanentes de una empresa en la práctica. En lo que sigue presentaremos el modelo econométrico base y mostraremos como lo utilizaremos para obtener una estimación del volumen de clientes permanentes. Además, discutiremos consideraciones prácticas como la elección del orden máximo del proceso autorregresivo y el tipo de estimador recomendado para este tipo de modelos.

Como establecimos en la sección anterior, el número de clientes en un momento dado puede ser modelado por un proceso lineal de la forma:

$$C_t = \sum_{k=1}^{K} b_k C_{t-k} + a$$

En términos econométricos, este tipo de proceso es conocido como modelos "autorregresivos". En particular, nuestro modelo base toma la siguiente forma:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K} \beta_k C_{t-k} + \varepsilon_t$$

Donde C_t es el volumen de clientes en el periodo "t", α es el intercepto, $\sum_{k=1}^{K} \beta_k C_{t-k}$ es el componente autorregresivo y ε_t es la serie de residuos. En la práctica estimamos el siguiente modelo, aritméticamente equivalente al original para poder hacer inferencia directamente sobre la suma de los coeficientes autorregresivos, B[1]:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K-1} [\beta_k (C_{t-k} - C_{t-K})] + \mathcal{B} C_{t-K} + \varepsilon_t \tag{6}$$

De esta manera, al estimar este modelo lineal, podemos fácilmente igualar α y $\mathcal{B}$ a los coeficientes a y B de la sección anterior respectivamente. Finalmente, utilizamos la Definición 4 para obtener un estimador de la cartera de clientes permanentes P:

$$\hat{P} = \frac{\hat{\alpha} \cdot \hat{\mathcal{B}}}{1 - \hat{\mathcal{B}}} \tag{7}$$

[1] Este tipo de especificación es conocida como "corrección de errores" (error correction). Ver anexo II para una demostración de la equivalencia entre ambas especificaciones.

ii. Elección del Máximo Rezago K

Antes de entrar en consideraciones prácticas, debemos discutir el problema de la selección del valor de K i.e. el máximo rezago a utilizar en el proceso autorregresivo. La importancia de considerar procesos autorregresivos de mayor orden en el contexto de nuestro modelo viene dada por las posibles distintas frecuencias o hábitos de compra que diferentes grupos de clientes pueden exhibir. Por ejemplo, si en una empresa la frecuencia promedio de compra es de 6 meses, para estimar correctamente la tasa de retención promedio de la empresa sería entonces necesario incluir *por lo menos* el sexto rezago C_{t-6} sino también todos los rezagos menores a 6. De lo contrario solo los clientes con frecuencias menores al promedio serian considerados como clientes fieles cuando un cliente podría perfectamente ser parte de una cartera permanente con una frecuencia de compra mayor a 6 meses. La manera de determinar el valor de K es una potencial fuente de arbitrariedad en el modelo la cual puede tener un gran impacto en el resultado final si no se escoge cuidadosamente.

En teoría K podría hacerse tender al infinito para así cerciorarse que el modelo captura todas las dinámicas autorregresivas posibles. Sin embargo, en la práctica, elegir valores altos de K no es ni factible ni recomendable. Por un lado, en aplicaciones empíricas siempre manejaremos muestras finitas, por lo que el valor de K estará restringido por el tamaño de la muestra y por problemas de grados de libertad. Por otro lado, utilizar altos valores de K ira en detrimento de la precisión de las estimaciones. En efecto, elegir un K innecesariamente grande introducirá una gran cantidad de ruido al modelo y consecuentemente las estimaciones serán altamente imprecisas.

Vías más prácticas para determinar el valor de K pueden provenir de un conocimiento empírico de los hábitos de compra de clientes basado en la historia de la empresa y/o de la industria. No obstante, utilizando herramientas estadísticas podemos proponer alternativas al "conocimiento experto" que pueden servir para guiar la selección de K. La primera alternativa es utilizar criterios de información como el criterio de Akaike (AIC) o el de Schwartz (BIC). Esta es una práctica común en la literatura en cuanto a la elección del número de rezagos para un modelo econométrico. Una segunda alternativa es estudiar la función de autocorrelación de la serie de tiempo C_t. Al generar la serie de autocorrelaciones, podremos identificar los rezagos que significativamente influyen en C_t e incluirlos en nuestro modelo.

iii. Elección de Errores Estándar

Relacionada con la elección de K es la decisión del tipo de errores estándar que debemos utilizar cuando hagamos inferencia sobre los parámetros relevantes (α, B, P). En general, cuando se trata de procesos autorregresivos, dada la naturaleza intrínsecamente endógena de las variables explicativas, se recomienda el uso de estimadores que ajusten su varianza por la presencia de autocorrelación en los residuos. Adicionalmente, aunque no tan característico de procesos autorregresivos, es recomendable considerar la posibilidad que los residuos no sean homocedásticos (varianza constante). En este campo, el estimador propuesto por W. Newey y K. West (vea Newey & West (1987)) ha sido ampliamente utilizado en la literatura para calcular errores estándar que sean robustos a la presencia de ambos autocorrelación y heteroscedasticidad en los residuos (también conocidos como estimador HAC). Dada la alta probabilidad de que residuos obtenidos en el modelo propuesto anteriormente muestren por lo menos una de estas dos características, en lo que sigue utilizaremos errores estándar Newey-West[2].

iv. Error de Especificación y Propiedades de los Residuos

En esta sección proponemos una serie de test relacionados a distintas propiedades de los residuos como una manera de validar la especificación elegida. En general, analizar las propiedades de los residuos de una regresión es una manera de obtener información sobre la validez del componente sistemático de la ecuación

[2] Para obtener el estimador Newey-West, se debe especificar el número de rezagos máximo en el cual se considera que los residuos puedan estar correlacionados. En los cálculos que siguen utilizamos como rezago máximo para los residuos 24 periodos para permitir una estructura de autocorrelación de los residuos lo mas flexible posible.

(i.e. las variables explicativas del modelo). En particular, series de residuos que exhiban un comportamiento sistemático o no-aleatorio son evidencia de que una variable relevante fue excluida del modelo. Este comportamiento sistemático puede manifestarse de varias maneras, es por esta razón que sugerimos una variedad de estadísticos que testeen la presencia de distintas propiedades y/o comportamientos en los residuos. Entre estas propiedades se encuentran la autocorrelación y heterocedasticidad[3], pero también testeamos las hipótesis que existen variables omitidas y que los residuos se comportan como “ruido blanco”. La cierta redundancia de estos test responde al hecho que ningún test es perfecto y que cada uno conlleva sus propios supuestos. Por lo que, para tener una idea comprensiva de si los residuos son efectivamente aleatorios, exigiremos que todos, o al menos la mayoría, de estos test nos lleven a la misma conclusión.

La tabla siguiente muestra una selección de test sugeridos para generar evidencia sobre la “aleatoriedad” de los residuos.

Nombre	**Función**	**Hipótesis nula (H_0)**	**Distribución bajo H_0**
Test de Breusch-Pagan*	Heterocedasticidad	Homocedasticidad	$\chi^2(1)$
Test de White	Heterocedasticidad	Homocedasticidad	$\chi^2\left(\frac{k^2+3k}{2}\right)$
Test de Breusch-Godfrey	Autocorrelación	No existe autocorrelación	$\chi^2(p)$
Test de Durbin-Watson	Autocorrelación	No existe autocorrelación	$\chi^2(p)$
Test de Portmanteau	Ruido blanco	Residuos son ruido blanco	$\chi^2(p)$
Test de Bartlett	Ruido blanco	Residuos son ruido blanco	n.a.
Test de Ramsey**	Variable omitida	No existen variables omitidas	$F(q, n-k)$

* En ambas aplicaciones prácticas más abajo, utilizamos la versión del test que no asume normalidad de los residuos ya que, en ambos, casos hay evidencia contundente de su “no normalidad”. En general, se recomienda calcular test de normalidad como el de Jarque-Bera o Shapiro-Wilk para saber si este supuesto es correcto. En caso de duda la versión que no asume normalidad es más general y por lo tanto más adecuada.

** Este test, a pesar de ser conocido como un test de “variable omitida”, no está diseñado para detectar variables relevantes que no fueron incluidas en el modelo. Mas bien, se testea si existe una relación no lineal significativa entre los regresores ya incluidos en el modelo y la variable dependiente. Dado que el tipo de modelo utilizado aquí (autoregresivo) solo admite rezagos de la misma variable, consideraremos este test como un test para el numero de rezagos incluidos como también para la razonabilidad del supuesto de linealidad.

v. Aplicación en datos simulados

Como una primera aplicación de la metodología y de la especificación presentada en la sección anterior, realizamos un ejercicio en el cual simulamos una base de datos a partir de un proceso predeterminado para luego estimar el modelo econométrico propuesto usando esta data simulada. La utilidad este ejercicio yace en que, dado que observamos la ecuación “poblacional” que genera la data, podemos analizar el sesgo de nuestros estimadores con respecto a los parámetros poblacionales. Esto nos permitirá tener mayor confianza en los valores estimados por el modelo en aplicaciones reales.

Consideramos el siguiente proceso estocástico autorregresivo para el número de clientes C_t:

$$C_t = b_1 C_{t-1} + b_3 C_{t-3} + a_t$$

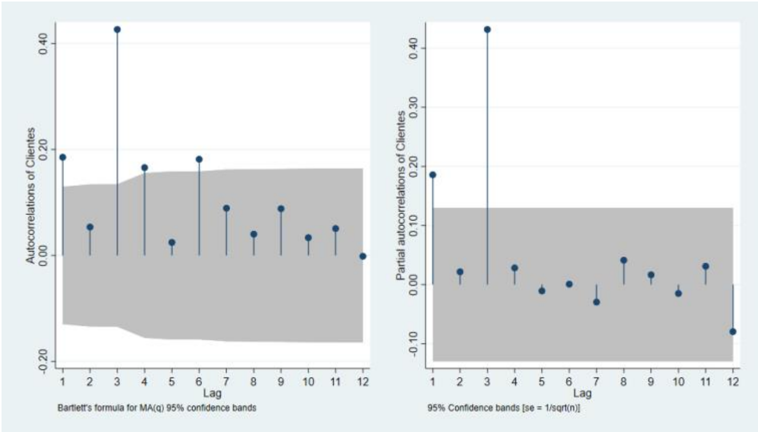
con $a_t \sim N(\mu, \sigma^2)$. Este caso puede ser interpretado como una empresa en la cual una proporción b_1 de sus clientes retorna mensualmente mientras que una proporción b_3 retorna cada 3 meses. Adicionalmente, en cada periodo la empresa gana (pierde) una cantidad de clientes que no depende del número de clientes en el pasado a_t. Este término es modelado como una variable aleatoria que sigue una distribución normal con media μ y varianza σ^2.

[3] A pesar de que el uso de errores estándar Newey-West nos asegura que no exista sesgo en la varianza de nuestros estimadores ocasionado por la presencia de heterocedasticidad o autocorrelación, testeamos la presencia de ambos ya que casos severos pueden llegar a introducir sesgo en la estimación punto de los parámetros.

El primer paso es generar nuestra base de datos sintética. Para simular este proceso debemos definir los valores de los parámetros poblacionales:

$$b_1 = 0.2 \qquad b_3 = 0.4 \qquad \mu = 100 \qquad \sigma = 50$$

Simulamos 240 observaciones y descartamos las primeras 12 para eliminar la influencia del punto de inicio[4]. Así utilizamos una muestra de tamaño $n = 228$. Luego, como propuesto en la sección anterior, calculamos la función de autocorrelación de C_t para determinar un valor adecuado para K. En la figura siguiente se muestran las funciones de autocorrelación absoluta (derecha) y parcial (izquierda).



Como era de esperar, la función de autocorrelación muestra que los rezagos 1 y 3 son altamente significativos. Sin embargo, al mirar la autocorrelación absoluta esta sugiere también que rezagos de mayor orden (4 y 6) también muestran una correlación significativa al 95%. Así, esta evidencia nos llevaría a especificar la ecuación (6) con $K = 6$. Como mencionamos anteriormente, estimamos el modelo usando el método de Mínimos Cuadrado Ordinarios (MCO) y usamos el estimador Newey-West para la varianza de los coeficientes:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{5} [\beta_k (C_{t-k} - C_{t-K})] + \mathcal{B} C_{t-6} + \varepsilon_t$$

Obtenemos los siguientes valores para los coeficientes y sus errores estándar (en paréntesis):

$$\hat{\alpha} = \underset{(20.82)}{106.90} \qquad \hat{\mathcal{B}} = \underset{(0.0841)}{0.5687}$$

Por lo tanto, usando la ecuación (7), estimamos que el volumen de la cartera de clientes permanentes es igual a:

$$\hat{P} = \frac{106.90 \cdot 0.5687}{1 - 0.5687} = \underset{(20.82)}{140.98}$$

Nótese que, a pesar de haber definido un proceso autorregresivo de mayor orden que el de la ecuación poblacional, lo que en principio podría haber causado un importante sesgo de especificación, los valores estimados son cercanos a sus valores poblacionales y los errores estándar son pequeños en comparación a la estimación punto. En efecto, el valor estimado para $\hat{\mathcal{B}} = 0.57$ es muy cercano al verdadero valor de la suma de los coeficientes autorregresivos $b_1 + b_3 = B = 0.6$ y un error estándar de 0.08 sitúa este valor

[4] Esta es una práctica común cuando se trabaja con bases de datos simuladas. El propósito de descartar las primeras “m” simulaciones es eliminar la influencia del punto de partido necesario para inicializar la simulación el cual es determinado arbitrariamente.

poblacional cómodamente dentro de un rango de ± 1 error estándar. Similarmente, el volumen estimado de la cartera de clientes permanentes $\hat{P} = 140.98$ también es muy cercano a su valor poblacional de $P = \frac{100 \cdot 0.6}{1-0.6} = 150$ y exhibe un error estándar de 20.82 lo cual nuevamente incluye cómodamente el valor poblacional. Note que en ambos casos el sesgo (la diferencia entre valor poblacional y valor estimado) es del orden de 5%. Este resultado resalta la importancia de incorporar todos los rezagos que se sospechen sean relevantes, aun cuando esto signifique un riesgo de "sobre especificar" el modelo. En el Anexo 2 demostramos que el sesgo relacionado a especificar un proceso autorregresivo de menor orden que el poblacional es mucho mayor al de especificar uno de mayor orden.

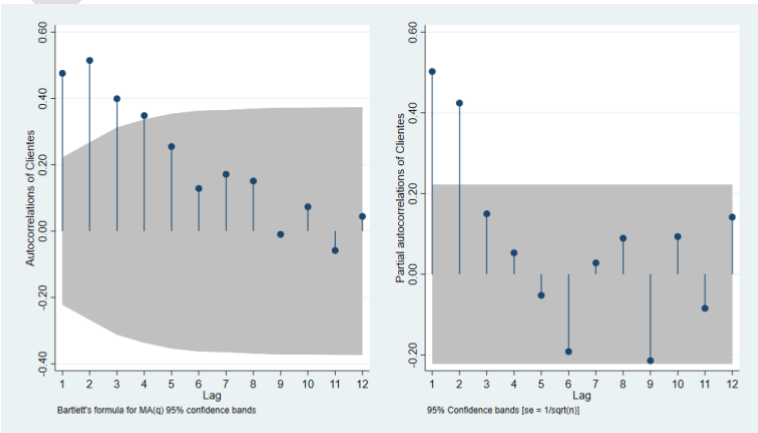
Finalmente, analizamos las propiedades de los residuos para rechazar la posibilidad que contengan un componente sistemático u otro comportamiento no aleatorio. En este caso, dado que observamos la ecuación poblacional, no tenemos tal preocupación ya hemos incluido todos los términos que la componen (los rezagos 1 y 3). No obstante, igualmente mostramos una tabla realizando los test sugeridos en la sección anterior como muestra de los resultados que deberíamos observar si nuestros residuos son realmente aleatorios:

Nombre	**Hipótesis nula (H_0)**	**Valor del estadístico**	**Prob >**
Test de Breusch-Pagan	Homocedasticidad	$\chi^2(1) = 0.25$	0.6167
Test de White	Homocedasticidad	$\chi^2(27) = 21.10$	0.7814
Test de Breusch-Godfrey	No existe autocorrelación	$\chi^2(1) = 0.14$ $\chi^2(3) = 3.55$ $\chi^2(6) = 5.91$	0.7071 0.3140 0.4338
Test de Durbin-Watson	No existe autocorrelación	$\chi^2(1) = 0.14$ $\chi^2(3) = 3.45$ $\chi^2(6) = 5.71$	0.7121 0.3276 0.4562
Test de Portmanteau	Residuos son ruido blanco	$\chi^2(24) = 13.10$	0.9644
Test de Bartlett	Residuos son ruido blanco	$B = 0.29$	1.000
Test de Ramsey	No existen variables omitidas	$F(3,212) = 1.18$	0.3186

Estos test indican que no se puede rechazar la hipótesis de residuos homocedasticos, sin autocorrelación, que se comportan como ruido blanco y que no exhiben evidencia de variables omitidas. Es decir, no hay evidencia que contradiga la hipótesis de que los residuos son aleatorios.

vi. Aplicación en datos reales

Luego de haber analizado la validez de nuestra metodología usando una base de datos *sintética*, procedemos a aplicarla a un caso real. Poseemos data mensual del número de clientes para una empresa en la industria del retail para el periodo entre julio 2014 y diciembre 2020 (n=78). Procedemos de la misma manera que en el caso anterior examinando en primer lugar la función de autocorrelación del número de clientes C_t que mostramos a continuación.



La función de autocorrelación parcial sugiere que los dos primeros rezagos son altamente significativos y la autocorrelación absoluta sugiere incluir los primeros 4 rezagos. Dado lo aprendido en el experimento anterior estimamos nuestra especificación con $K = 4$ usando nuevamente el método de MCO y errores Newey-West:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{3} [\beta_k (C_{t-k} - C_{t-K})] + \mathcal{B} C_{t-4} + \varepsilon_t$$

Obtenemos los siguientes valores estimados:

$$\underset{(2{,}133.72)}{\hat{\alpha} = 3{,}859.54} \qquad \underset{(0.1124)}{\hat{\mathcal{B}} = 0.7976}$$

Con lo que obtenemos una estimación del volumen de clientes permanentes:

$$\hat{P} = \frac{3{,}859.54 \cdot 0.7976}{1 - 0.7976} = \underset{(2{,}242.01)}{15{,}207.17}$$

Es decir, la cartera de clientes permanentes de esta empresa se compone de aproximadamente 15 mil clientes con un rango de ± 1 error estándar que sitúa el verdadero valor entre aproximadamente 13 mil y 17.5 mil clientes.[5] Un test de razonabilidad rápido para esta estimación es observar qué proporción de los clientes totales han sido "permanentes" o "fieles" según este modelo. Este resultado implica que en promedio durante el periodo estudiado (2014-2020), en promedio, el 80% de los clientes totales de esta empresa ha correspondido a clientes permanentes en el periodo estudiado. La similitud de esta proporción con el valor estimado para $\mathcal{B}$, sugiere que esta empresa ha operado a un nivel "en régimen" lo cual es exactamente lo asumimos cuando derivamos la expresión para nuestro estimador en la sección 2.ii.

En este caso el análisis de los residuos toma mayor importancia ya que no observamos la ecuación poblacional. En la tabla siguiente mostramos la misma serie de test presentado en la sección anterior:

Nombre	**Hipótesis nula (H_0)**	**Valor del estadístico**	**Prob >**
Test de Breusch-Pagan	Homocedasticidad	$\chi^2(1) = 1.48$	0.2232
Test de White	Homocedasticidad	$\chi^2(14) = 5.96$	0.9674
Test de Breusch-Godfrey	No existe autocorrelación	$\chi^2(1) = 0.02$ $\chi^2(3) = 1.98$ $\chi^2(6) = 3.45$	0.8820 0.5759 0.7511
Test de Durbin-Watson	No existe autocorrelación	$\chi^2(1) = 0.02$ $\chi^2(3) = 1.82$ $\chi^2(6) = 3.08$	0.8868 0.6111 0.7991
Test de Portmanteau	Residuos son ruido blanco	$\chi^2(24) = 26.57$	0.3248
Test de Bartlett	Residuos son ruido blanco	$B = 0.43$	0.9927
Test de Ramsey	No existen variables omitidas	$F(3\,,66) = 1.39$	0.2550

Queda claro nuevamente que las hipótesis de residuos homocedasticos, sin autocorrelación, ruido blanco y sin contenido que sugiera variables omitidas no pueden ser rechazadas. En otras palabras, existe amplia evidencia que los residuos generados por este modelo son efectivamente aleatorios. Esto descarta la posibilidad de un componente sistemático que pudiera sugerir que nuestro modelo excluye variables relevantes que determinen el número de clientes de esta empresa.

[5] Esto implica que un intervalo de confianza de 95% de probabilidad sitúa el valor de la cartera en el rango [10,812 19,601].

4. Limitaciones de la Metodología

A pesar de las bondades de nuestra metodología, identificamos 3 tipos de limitaciones a su aplicación.

i. Tipo de industria

La primera limitación se refiere al tipo de industrias en las cuales la metodología es óptima de utilizar. En efecto, la aplicación de este método se basa en el supuesto que el valor de una cartera de clientes reside en el número de estos. Así, esta metodología será más efectiva en estimar el valor del activo intangible conocido como "cartera de clientes" en industrias como la industria financiera y del retail donde el valor de una cartera de clientes emana del *volumen* de esta y, por lo tanto, de la masa crítica que es capaz de alcanzar. En industrias donde los clientes son altamente *homogéneos* en cuanto a perfiles y montos de compra, la variable crítica a considerar para la empresa es el número de clientes. En contraste, en otras industrias, como en la de servicios profesionales, las empresas responden fuertemente a la *identidad y calidad* de los clientes. Por lo tanto, en este tipo de industrias el valor asignado al volumen de la cartera de clientes pasa a ser eclipsado por el valor asignado la calidad de estos mismos. Se sugiere, por lo tanto, considerar esta limitación inherente a la metodología cuando se interpreten resultados para empresas pertenecientes a industrias donde el valor de una cartera de clientes yace en su volumen más que en su composición.

ii. Aproximación lineal

En segundo lugar, como se menciona en las secciones anteriores, nuestros resultados se basan en una aproximación lineal obtenida usando el teorema de Taylor. Por lo tanto, existen consideraciones a tomar en cuenta en cuanto a la precisión y calidad de esta aproximación cuando se evalúen los resultados obtenidos.

En primer lugar, si no se puede rechazar la posibilidad que f sea una función no lineal, existirá más incertidumbre sobre el verdadero valor de los parámetros que la sugerida por los errores estándar calculados por el modelo empírico. En efecto, estos errores estándar solo consideraran la incertidumbre "muestral", es decir, la incertidumbre relacionada al tamaño de la muestra y la eficiencia de nuestro estimador. En el caso que f sea una función no lineal, existirá un componente de incertidumbre adicional relacionado a la calidad de la aproximación lineal. Este componente deberá ser tomado en cuenta cuando refiriéndose a la precisión de la estimación. La calidad de la aproximación dependerá de que tan lineal (o no lineal) sea la verdadera forma funcional de f. Es importante tener en cuenta también que esta incertidumbre es imposible de cuantificar a menos que se conozca la verdadera forma de f. Debido a esto, cuando no se pueda observar f, lo mejor que podemos hacer para reconocer la incertidumbre real sobre nuestros parámetros de interés es mencionar estas consideraciones *cualitativas* cuando se sospeche que f tiene una forma altamente no lineal.

En segundo lugar, dado que la aproximación lineal se basa en una expansión de Taylor en el vecindario de C^*, la empresa objeto del análisis deberá estar en, o cercana a, su nivel de operación en régimen. Esto sugiere que la metodología propuesta aquí no sea utilizada en empresas jóvenes con pocos años de operación. La reducción en la calidad de una aproximación lineal para una empresa en régimen versus una no en régimen dependerá nuevamente de que tan lineal (o no lineal) sea la función f. Nótese que esto implica que, si se está dispuesto a asumir que f es lineal, esta metodología podría ser utilizada para determinar la cartera permanente de clientes de empresas como start-ups y otros emprendimientos en sus etapas tempranas.

iii. Disponibilidad y calidad de datos

Finalmente, a pesar de que esta metodología requiere de una mucho menor cantidad de datos para obtener una estimación de la cartera de clientes de una empresa en comparación a estudios causales de demanda (vea sección 1), la validez de resultados obtenidos usando esta metodología aún está sujeta a limitaciones de la data.

En particular, aunque se reconoce que algunas veces la cantidad y frecuencia de la data puede ser limitada, se sugiere utilizar datos mensuales o trimestrales en vez de anual debido a que la varianza de datos dentro de un año puede esconder una cantidad importante de información y también debido a la necesidad de tener registros demasiado antiguos para tener una base de datos lo suficientemente grande. Este último punto se relaciona a la posibilidad de encontrar quiebres estructurales en la data que no permitan obtener un valor correcto del parámetro poblacional ya que, en la práctica, habrá dos ecuaciones poblacionales mientras que nuestro modelo asume la existencia de una única ecuación estructural o poblacional.

La disponibilidad limitada de datos también puede generar problemas en la eficiencia y/o precisión de nuestras estimaciones. En efecto, como abordado en la sección anterior, la precisión de la estimación es un componente clave cuando se trata de extraer conclusiones de los resultados obtenidos. Un tamaño de muestra muy limitado no solo causara que la incertidumbre relacionada a los parámetros estimados sea alta, sino que también puede limitar la posibilidad de especificar el modelo autorregresivo de un orden correcto sin enfrentar problemas de grados de libertad.

5. Conclusiones y Recomendaciones Finales

En este documento se propone una nueva metodología para estimar la cartera de clientes permanentes de una empresa en base a la historia del flujo de clientes en el pasado. Esta metodología hace uso de un modelo teórico derivado en la base de una aproximación de Taylor para linealizar el problema y luego estimarlo usando técnicas estadísticas y econométricas estándar para obtener una estimación del número de clientes que componen la cartera de clientes *en el largo plazo*. Adicionalmente, proponemos algunas ‘mejores prácticas’ a utilizar cuando se estime este tipo de modelos tales como el procedimiento a seguir para seleccionar el rezago máximo, el tipo de errores estándar que minimicen la varianza de nuestros estimadores y distintos test estadísticos para la validación de las estimaciones a través de un diagnóstico de los residuos generados por el modelo.

Analizamos la validez de nuestra metodología aplicándola a un caso simulado y uno real. En ambos casos, encontramos que los resultados son razonables, con bajo sesgo y baja varianza. Finalmente, destacamos las limitaciones de esta nueva metodología, las cuales guardan relación con la homogeneidad de los clientes y el tipo de industria, la razonabilidad y/o validez de usar una estructura lineal para la evolución del número de clientes y con la calidad y cantidad de los datos disponibles.

La utilidad práctica de esta metodología está sujeta a distintas limitaciones expuestas en la sección anterior. Sin embargo, resaltamos la importancia del alcance de esta metodología a cierto tipo de empresas e industrias. En efecto, como ya mencionamos, la validez conceptual de la metodología se basa en la concepción del cliente como “uno de muchos”, así el valor de la cartera viene dado por la cantidad de clientes que la integre. Este concepto de “uno de muchos” se traduce en una relación más bien estándar y necesidades homogéneas de los clientes, donde el valor reside en el tamaño de la cartera más que en la identidad o características específicas de cada cliente. Las industrias sujetas a este tipo de relación con sus clientes son industrias generalmente de bajos márgenes y donde el negocio está en la venta por volumen, se podría decir que son industrias donde los productos o los clientes están altamente “commoditizados” sugiriendo una calidad y perfil homogéneos (como un commodity).

En general se recomienda complementar este tipo de análisis estadístico con conocimientos y estudios específicos a la empresa y la industria en la que esta se desenvuelve. Características o indicadores que se generalmente se recomienda tomar en cuenta al analizar la aplicabilidad de esta metodología a una industria o empresa determinada son, por ejemplo:

- Márgenes promedio de la industria y de la empresa: Existencia de bajos márgenes de explotación es muestra de bajo nivel de diferenciación en la industria, lo que implica mayor nivel de “commoditización” de los productos y, por ende, de la relación con el cliente.

❖ <u>Naturaleza del negocio</u>: Si el negocio se basa en la venta de grandes volúmenes de productos o es un mercado de un producto altamente homogéneo (commodity), será razonable asumir uno o todos de los puntos anteriores.

❖ <u>Historia o edad de la empresa</u>: Como se mencionó brevemente, empresas con poca historia (e.g. start-ups u otros emprendimientos) donde el número de clientes exhibe una alta volatilidad y guarda poca relación con el número de clientes que tendrá en régimen no serán buenos candidatos para esta metodología.

En suma, concluimos que, a pesar de sus limitaciones, esta es una metodología simple, fácil de aplicar e implementar y que ha demostrado ser altamente precisa y eficiente en estimar el número de clientes que una empresa, dada su historia, debería ser capaz de mantener en el largo plazo. Como se menciona en la introducción, esto es fundamental para determinar el *valor* del activo intangible conocido como "cartera de clientes" que es frecuentemente central en procesos de valoración y normativos en el contexto de IFRS.

Anexo I: Equivalencia entre especificación de errores y modelo autorregresivo

Comenzamos con el modelo autorregresivo estándar planteado en la sección 3.i:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K} \beta_k C_{t-k} + \varepsilon_t$$

Luego separamos la sumatoria en dos términos:

$$\sum_{k=1}^{K} \beta_k C_{t-k} = \sum_{k=1}^{K-1} \beta_k C_{t-k} + \beta_K C_{t-K}$$

Por lo tanto,

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K-1} \beta_k C_{t-k} + \beta_K C_{t-K} + \varepsilon_t$$

Luego, sumamos cero sumando y restando el mismo termino $\sum_{k=1}^{K-1} \beta_k C_{t-K}$:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K-1} \beta_k C_{t-k} + \beta_K C_{t-K} + \left(\sum_{k=1}^{K-1} \beta_k C_{t-K} - \sum_{k=1}^{K-1} \beta_k C_{t-K} \right) + \varepsilon_t$$

Agrupamos términos obtenemos:

$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K-1} \beta_k (C_{t-k} - C_{t-K}) + \sum_{k=1}^{K} \beta_k \, C_{t-K} + \varepsilon_t$$

Finalmente, si definimos $\mathcal{B} = \sum_{k=1}^{K} \beta_k$, llegamos a la especificación de corrección de errores deseada:

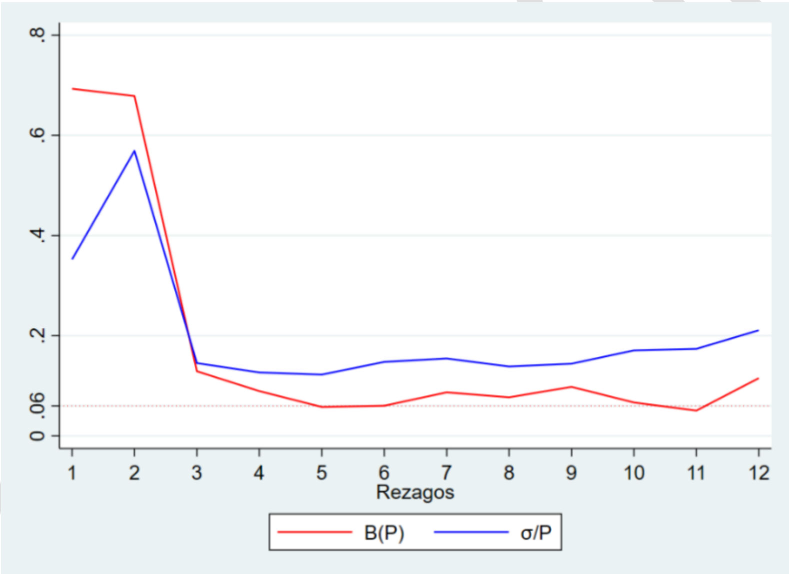
$$C_t = \alpha + \sum_{k=1}^{K-1} \beta_k (C_{t-k} - C_{t-K}) + \mathcal{B} C_{t-K} + \varepsilon_t$$

Anexo II: Análisis del sesgo producido por procesos autorregresivos de menor y mayor orden que el proceso poblacional

Considere el caso de aplicación usando datos simulados. Haremos esto con el objetivo de calcular el sesgo de las estimaciones obtenidas con respecto a los valores poblacionales. En este ejemplo sabemos que la tasa de retención de largo plazo es igual a $b_1 + b_3 = 0.2 + 0.4 = 0.6$ y que el volumen de clientes permanentes es igual a $P = 150$. En general definiremos sesgo relativo de un estimador $\hat{\beta}$ como:

$$S(\hat{\beta}) = \frac{\hat{\beta} - \beta_0}{\beta_0}$$

Donde β_0 es el parámetro verdadero. Como demostramos en secciones anteriores, el sesgo relativo en la estimación de la cartera de clientes al especificar un modelo con 6 rezagos es de $S(\hat{P}) = \frac{141-150}{150} = 6\%$. Ahora estudiaremos cómo cambia $S(\hat{P})$ a medida que agregamos rezagos adicionales y que omitimos rezagos relevantes, tomando también en consideración la precisión del estimador. El grafico siguiente muestra el sesgo relativo junto con el error estándar relativo σ/P de cada especificación según el número de rezagos incluidos desde 1 a 12.



Al observar este grafico es claro que omitir rezagos relevantes genera un sesgo mucho mayor que incluir rezagos “irrelevantes”. Por ejemplo, el modelo que incluye solo dos rezagos, y que por lo tanto excluye el tercer rezago, el cual sabemos hace parte de la ecuación poblacional, produce un sesgo relativo de aproximadamente 70%. La magnitud del sesgo es similar cuando se excluyen los rezagos 2 y 3. Sin embargo, observamos que incluir los rezagos 4, 5, 6 no aumenta el sesgo con respecto a la especificación con 3 rezagos. Es más, la introducción de estos rezagos adicionales parece reducir el sesgo hasta un valor mínimo de alrededor 6%. Observamos también que incluir incluso más rezagos no genera un aumento significativo del sesgo manteniéndose por debajo del 10%. Dicho lo anterior, si consideramos también la varianza de nuestro estimador vemos que incluir más rezagos aumenta esta varianza por lo que no es tampoco deseable especificar modelos con un número excesivo de rezagos ya que esto ira en detrimento de la precisión de nuestro estimador. Esto es consistente con nuestra preferencia con respecto a modelos más simples.

En resumen, omitir variables relevantes puede causar un sesgo significativo en la estimación. Por su parte, incluir variables que pudieran ser consideradas “irrelevantes” tiende a generar un sesgo considerablemente menor, pero también disminuye la precisión del estimador (aumento de la varianza). Así concluimos que es preferible errar al incluir dichas variables potencialmente irrelevantes a potencialmente omitir variables relevantes.